

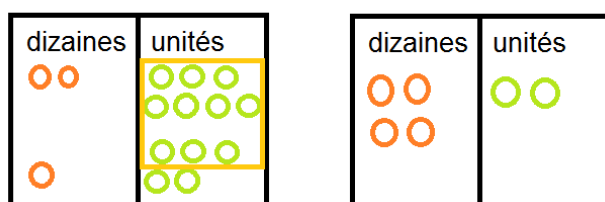
OPÉRATIONS & CALCULS

Le calcul automatisé nécessite la connaissance de résultats élémentaires (comme les sommes et les produits des nombres inférieurs à 10). Ces résultats doivent être stockés dans la mémoire long terme.

Calcul automatisé

Les abaques : principe de l'échange (par utilisation de jetons), dispositif qui permet de donner du sens aux règles de calcul → on échange 10 unités contre 1 dizaine. Cela permet de comprendre la retenue.

27 + 15 par utilisation de jetons sur un abaque



Calcul instrumenté

La plupart des calculatrices ne donnent qu'un résultat décimal approché du quotient. On obtient :

$$789 : 27 = 29,222222$$

Pour obtenir le reste, on effectue le calcul :

$$789 - 27 \times 29 = 6$$

On a donc :

$$q = 29 \text{ et } r = 6$$

En effet, $789 = 27 \times 29 + 6$

Addition : connaître la numération décimale de position, s'entraîner au calcul mental avec des nombres inférieurs à 10

Soustraction : difficulté (casser la dizaine), recherche du complément invariance de la différence par ajout à chaque terme.

Multiplication : erreurs dues à la méconnaissance des tables, connaître la règle du zéro (quand il y a plusieurs chiffres) et de la distributivité.

Division : il faut connaître ses tables de multiplication ainsi que les autres techniques opératoires (notamment la soustraction).

Calcul réfléchi : organiser et effectuer un calcul mentalement ou avec l'aide de l'écrit. Ex : $2,8 + 0,2$. Il peut y avoir plusieurs procédés.

Procédés pour une addition :

Dès le CP on pose les additions. Les élèves doivent connaître leurs tables d'addition par cœur jusqu'à $10 + 10$. En CP on entre dans la numération écrite des nombres jusqu'à 99. En CE1 jusqu'à 1 000.

Erreur de positionnement : utiliser un code couleur pour mettre les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines...

Erreur sur les retenues : il faut donner du sens aux retenues

$$\begin{array}{r} 29 \\ + 35 \\ \hline 64 \end{array}$$

9+5 = 14 unités. Comme je ne peux pas écrire 14 j'échange 10 unités contre 1 dizaine.



Jeu des Abbachs : le maître est le banquier « tu me donnes 10 unités et je te donne 1 dizaine ».

Attention !!! Écueils à éviter

- Il faut d'abord pratiquer le calcul avant d'enseigner les structures mathématiques.
- Il faut enseigner les structures mathématiques (pour donner raison aux règles de calcul)

De tête

1) **Calculs successifs** : ajouter les centaines, les dizaines, puis les unités

$$876 + 129$$

$$+ 100 \quad + 20 \quad + 9$$

$$876 \Rightarrow 976 \Rightarrow 996 \Rightarrow 1\ 005$$

2) **Remplacer une somme** par une autre plus facile à calculer

$$\begin{aligned} 79 + 57 &= 80 + 56 \\ &= 100 + 36 \\ &= 136 \end{aligned}$$

3) **Décomposition**

$$\begin{aligned} 456 + 97 &= 456 + 100 (-3) \\ &= 556 - 3 \\ &= 553 \end{aligned}$$

Procédés pour une soustraction

1) Méthode avec retenue

On ajoute un même nombre aux deux termes de la différence. Ainsi on obtient une différence égale.

$$\begin{array}{r} 71618 \\ -13189 \\ \hline 379 \end{array}$$

L'écart = la différence entre deux nombres n'est pas modifiée si on ajoute un même nombre aux 2 nombres initiaux.

$$\begin{array}{r} 415 \\ -127 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Si j'ajoute une dizaine au nombre 5 (5+10 = 15)} \\ \text{Alors je dois aussi l'ajouter au nombre 2 (2+1 = 3)} \end{array} \right.$$

2) La méthode par recherche du complément (ou addition à trous)

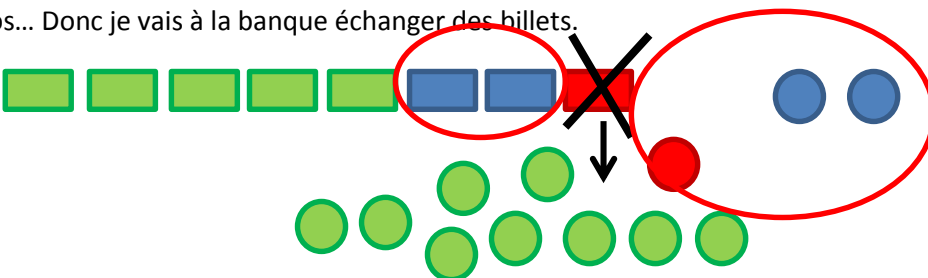
$$\begin{array}{r} 638 - 379 \\ + \quad 379 \\ \hline 638 \end{array}$$

3) La soustraction par emprunt (ou la méthode anglaise)

$$\begin{array}{r} 82 \\ - 59 \\ \hline \end{array}$$

J'ai 82 euros  (8 billets) Dizaines (2 pièces) Unités

Je veux 59 euros... Donc je vais à la banque échanger des billets.



il en reste : 23

De tête :

Retrancher centaines, dizaines, unités : $573 - 241 = 332 \Rightarrow$ je retranche 1 à 3, 4 à 7, 2 à 5.

Calculer en reculant : $573 - 200 \Rightarrow 373 - 40 \Rightarrow 333 - 1 = 332$

Compléter (addition à trous) : $536 - 378 : 378 + 22 \Rightarrow 400 + 136 = 536$

$22 + 136 = 158$ donc $536 - 378 = 158$

Procédés pour une multiplication

Méthode actuelle = dite de Fibonacci

Observe comment Max a posé la multiplication 43×2 pour calculer plus facilement.

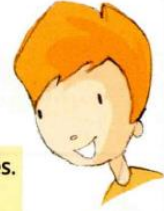
	c	d	u
		4	3
x			2
<hr/>			
			6
+		8	0
<hr/>			
		8	6

43, c'est 4 dizaines et 3 unités.

2 fois 43, c'est 2×3 unités + 2×4 dizaines.

2×3 unités égalent 6 unités. J'écris 6 dans la colonne des unités.
 2×4 dizaines égalent 8 dizaines. J'écris 8 dans la colonne des dizaines et 0 dans la colonne des unités.

Je fais l'addition : 6 plus 80 égalent 86.



Il faut comprendre la distributivité.

$$\begin{array}{r}
 84 \\
 \times 3 \\
 \hline
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 84 \\ \times 3 \end{array}} \right\} (80 \times 3) + (4 \times 3) = 240 + 12 = 240 + 10 + 2$$

Donner du sens à la règle des zéros

Erreur fréquente : $3,6 \times 10 = 3,60$

$40 \times 300 \Rightarrow$ c'est 40×3 centaines donc 120 centaines = 12 000

Calcul mental - De tête

$$38 \times 12 = 38 \times (10 + 2) = 38 \times 10 + 38 \times 2 = 380 + 76 = 456$$

$$789 \times 9 = 789 \times (10 - 1) = 789 \times 10 - 789 \times 1 = 7\,890 - 789 = 7\,101$$

$$387 \times 50 = 387 \times 100 : 2 = 38\,700 : 2 = 19\,350$$

$$12 \times 9 = 12 \times (10 - 1) \qquad 127 \times 5 = 127 \times (10 : 2)$$

$$= 12 \times 10 - 12 \times 1 \qquad = 1\,270 : 2$$

$$= 120 - 12 = 108 \qquad = 635$$

Procédés pour une division

Méthode actuelle

Il faut beaucoup de prérequis (soustractions + multiplications). Si un élève ne connaît pas ses tables de multiplication (indispensable pour faire une division) il faut lui donner une fiche avec les tables utiles pour qu'il puisse avancer et apprendre la technique de la division.

Il est important de répéter encore et encore...

Il faut donner du sens en passant par le jeu.

Méthode usuelle : disposition en potence

Méthode : à chaque fois que tu abaisces un chiffre, tu ajoutes un chiffre au quotient.

$$\begin{array}{r}
 873 \overline{) 12} \\
 \underline{84} \\
 33 \\
 \underline{24} \\
 9
 \end{array}$$

Avant même de calculer l'élève doit savoir combien de chiffres il y aura au quotient.

De tête (ou à l'écrit) :

- Décomposition $432 : 2 \Rightarrow (400 + 32) : 2 \Rightarrow 200 + 16 = 216$
- Diviser 4 350 par 50 $\Rightarrow 4\ 350 : 100 \times 2 = 8\ 700 : 100 = 87$

	Calcul automatisé	Calcul réfléchi
	Séance de 10min Une seule procédure.	Séance de 45min Il existe plusieurs procédures.
Calcul mental	Tout se passe dans la tête (pas d'écrit).	$92 - 28 \Rightarrow 92 - 30 + 2$ Je repère la dizaine la plus proche et je compense. $35 \times 18 = 7 \times 5 \times 2 \times 9$ $= 10 \times 63 = 630$
Calcul écrit	On pose les opérations.	$3,15 + 8 + 6,85 + 2$
Calcul instrumenté	Utiliser la calculatrice de façon détournée : « tape l'opération que tu veux pour obtenir 130,4 » ou « je veux écrire 55 sur la calculatrice mais la touche 5 ne fonctionne pas ! » Il faut décomposer.	